

Exercice(s) :

Exercices 9 et 10 page 30

IV. Limites des suites et recherches de seuil

1. Limite finie

Définition 7.2 : ————— d'une suite convergente vers l —————

Une suite (u_n) admet une limite l (ou converge vers l) lorsque tout intervalle centré en l (i.e. de la forme $[l - h; l + h]$, $h > 0$) contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.

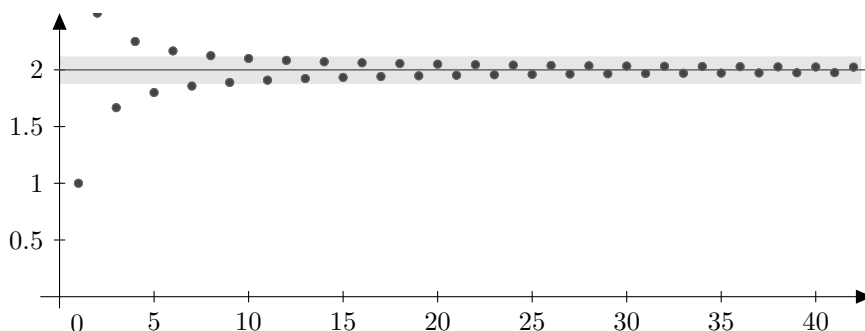
Pour tout $h > 0$, il existe un rang N tel que pour tout $n \geq N$, on a $|u_n - l| < h$.

On note alors :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = l.$$

Remarque 7.3 : —————

Graphiquement, cela se traduit par : quelque soit la largeur de la bande horizontale choisie, il existe un rang à partir duquel tous les points de la suite (u_n) sont dans cette bande et il n'y a qu'un nombre fini de points à l'extérieur de la bande.

**Complément(s) :**

La vidéo du manuel expliquant la remarque précédente (du début jusqu'à 40 s) :

https://educad hoc.hachette-livre.fr/extracts/complet/9782017102083/OEBPS/ressources/chapitre_1_p022_notion_de_limite_d_une_suite.mp4

Remarque 7.5 : —————

Pour conjecturer la limite d'une suite, on peut utiliser :

1. la représentation graphique de u_n dans le plan (c'est-à-dire l'ensemble des points $(n; u_n)$)
2. la représentation graphique de u_{n+1} en fonction de u_n ou de (u_n) sur un axe ;
3. un tableau de valeurs.

Complément(s) :

La vidéo ci-dessous, d'Yvan MONKA, illustre la notion de limite finie à l'aide d'un exemple. Il utilise un tableau de valeurs pour visualiser cette limite. Vous pouvez visualiser cette vidéo en utilisant le lien suivant (jusqu'à 4 :10) :

https:

[//www.youtube.com/watch?v=CsBorh8LLyE&list=PLVUDmbpupCaoqExMkHrhYvWi4dHnApgG_&index=17](https://www.youtube.com/watch?v=CsBorh8LLyE&list=PLVUDmbpupCaoqExMkHrhYvWi4dHnApgG_&index=17)

On s'intéressera uniquement à la suite (u_n) de cette vidéo. La suite (v_n) sera utilisée ultérieurement.

Exemple 7.7 :

On définit la suite (u_n) pour tout $n \geq 3$ par $u_n = 1 - \frac{10}{(n+1)^2}$.

1. Représenter le nuage de points $(n; u_n)$ pour $0 \leq n \leq 30$.
2. A l'aide du graphique, conjecturer la limite de la suite (u_n) .
3. Ecrire un algorithme qui donne la valeur de n pour laquelle $|u_n - l| < 0,05$.
Programmer cet algorithme avec Python et donner la valeur de n affichée.

Complément(s) :

Vous pouvez visualiser cet aspect graphique en utilisant l'exercice résolu de votre manuel qui se trouve en page 19 (graphiques 1 et 3).

Exemple 7.9 :

On a représenté, sur le graphique suivant, la fonction f . On définit (u_n) par la relation de récurrence suivante $u_{n+1} = f(u_n)$ et $u_0 = 18$.

