

I. Probabilités conditionnelles

Propriété 1 :

La probabilité de B sachant que A est réalisé se note $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$.

Propriété 2 :

On considère deux événements A et B de probabilité non nulle.

$$P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A) \quad \text{et} \quad P(A \cap B) = P_B(A) \times P(B).$$

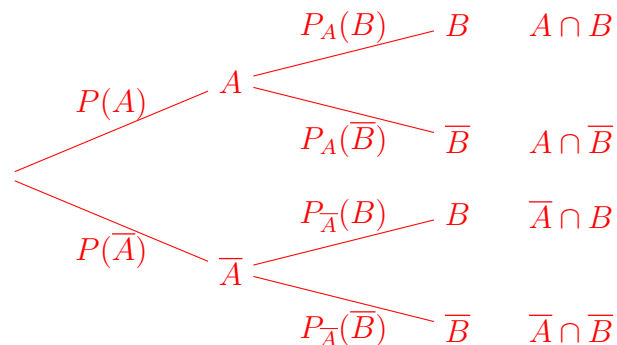
Propriété 3 :

Soient deux événements A et B tels que $P(B) \neq 0$. On a :

$$P_B(B) = 1 \quad P_B(\emptyset) = 0 \quad P_B(A) + P_B(\bar{A}) = 1.$$

Propriété 4 :

- La somme des probabilités des branches issues d'un même noeud vaut 1.
- La probabilité d'un chemin est le produit des probabilités des branches composant le chemin.



Définition 5 :

On considère $A_1, A_2, \dots, A_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$) des événements vérifiant les conditions suivantes :

- ils sont non impossibles : pour tout $1 \leq i \leq n$, $P(A_i) \neq 0$;
- ils sont deux à deux incompatibles : pour tout $1 \leq i \leq n$ et pour tout $1 \leq j \leq n$, $i \neq j$, $A_i \cap A_j = \emptyset$;
- leur réunion est égale à l'univers : $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \Omega$.

On dit alors que $A_1, A_2, \dots, A_n$ forment un *système complet d'événements*.

Propriété 6 :

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B).$$

Soit une partition de l'univers : $A_1, \dots, A_n$, alors :

$$P(B) = P(A_1 \cap B) + \dots + P(A_n \cap B).$$

II. Indépendance

Définition 7 :

A et B sont indépendants si et seulement si :

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Propriété 8 :

Si $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$.

A et B sont indépendants

$$\iff P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$\iff P_A(B) = P(B)$$

$$\iff P_B(A) = P(A)$$

Propriété 9 :

$$A \text{ et } B \text{ indépendants} \iff A \text{ et } \bar{B} \text{ indépendants}$$