Exercice 22 p. 31 :

1. (a) Comme la suite (u_n) est géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $u_0 = 3$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_n &= u_0 \times q^n \\ &= 3 \times 2^n. \end{aligned}$$

Ainsi, pour $n = 5$, on a :

$$\begin{aligned} u_5 &= 3 \times 2^5 \\ &= 96. \end{aligned}$$

(b) Comme la suite (u_n) est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 10$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_n &= u_0 \times q^n \\ &= 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= \frac{10}{2^n}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour $n = 5$, on a :

$$\begin{aligned} u_5 &= \frac{10}{2^5} \\ &= 0,3125. \end{aligned}$$

(c) Comme la suite (u_n) est géométrique de raison $q = -3$ et de premier terme $u_0 = -2$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_n &= u_0 \times q^n \\ &= -2 \times (-3)^n. \end{aligned}$$

Ainsi, pour $n = 5$, on a :

$$\begin{aligned} u_5 &= -2 \times (-3)^5 \\ &= 486. \end{aligned}$$

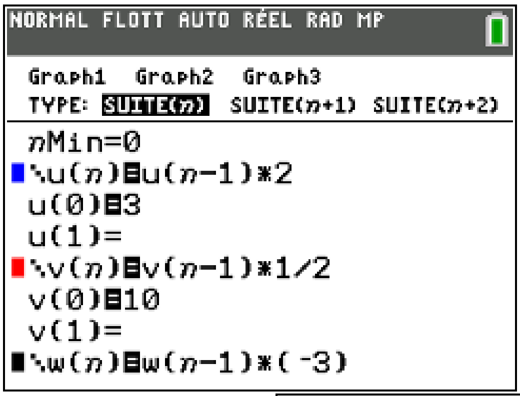
(d) Comme la suite (u_n) est géométrique de raison $q = 3$ et de premier terme $u_1 = 2$, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on a :

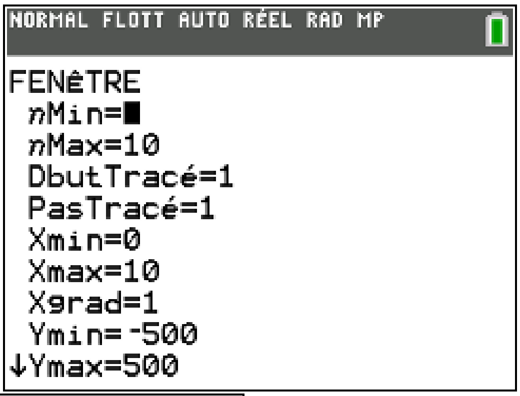
$$\begin{aligned} u_n &= u_1 \times q^{n-1} \\ &= 2 \times 3^{n-1}. \end{aligned}$$

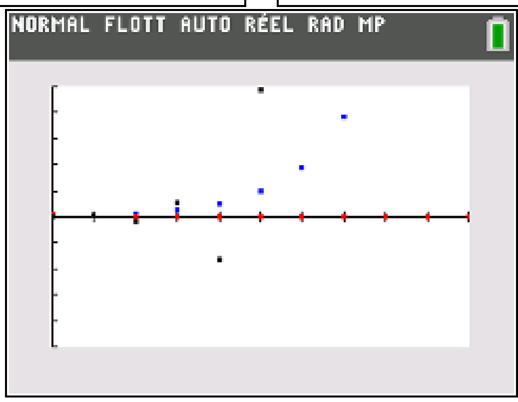
Ainsi, pour $n = 5$, on a :

$$\begin{aligned} u_5 &= 2 \times 3^4 \\ &= 162. \end{aligned}$$

2. On a :







Exercice 23 p. 31 :

Méthode : pour démontrer qu'une suite est géométrique, on peut :

- Etudier le quotient $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ et montrer qu'il est constant à q.
- Vérifier que $u_{n+1} = q \times u_n$.
- Vérifier que le terme général u_n est de la forme $a \times b^n$.

1. On a :
$$u_0 = 4 \qquad u_1 = 8 \qquad u_2 = 12.$$
Ainsi, on a :
$$u_1 = 2 \times u_0 \qquad \text{et} \qquad u_2 = 1,5 \times u_1.$$
La suite (u_n) n'est donc pas géométrique.
Remarque : la suite (u_n) est arithmétique car son terme général est de la forme $u_n = a \times n + b$.
2. Le terme général de la suite (u_n) est de la forme $u_n = a \times b^n$ avec $a = 3$ et $b = -2$.
La suite (u_n) est alors géométrique de raison $q = -2$ et de premier terme $u_0 = 3$.
3. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :
$$\begin{aligned} u_n &= \frac{2^n}{3} \\ &= \frac{1}{3} \times 2^n. \end{aligned}$$
Le terme général de la suite (u_n) est de la forme $u_n = a \times b^n$ avec $a = \dfrac{1}{3}$ et $b = 2$.
La suite (u_n) est alors géométrique de raison $q = 2$ et de premier terme $u_0 = \dfrac{1}{3}$.
4. Le terme général de la suite (u_n) est de la forme $u_n = a \times b^n$ avec $a = 1$ et $b = \sqrt{2}$.
La suite (u_n) est alors géométrique de raison $q = \sqrt{2}$ et de premier terme $u_0 = 1$.
5. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :
$$\begin{aligned} u_n &= 3^{n+2} \\ &= 3^2 \times 3^n \\ &= 9 \times 3^n. \end{aligned}$$
Le terme général de la suite (u_n) est de la forme $u_n = a \times b^n$ avec $a = 9$ et $b = 3$.
La suite (u_n) est alors géométrique de raison $q = 3$ et de premier terme $u_0 = 9$.
6. On a :
$$u_0 = 0 \qquad u_1 = 2 \qquad u_2 = 54.$$
Ainsi, on a :
$$u_1 = 2 \times u_0 \qquad \text{et} \qquad u_2 = 27 \times u_1.$$
La suite (u_n) n'est donc pas géométrique.