Exercice 1 : (8 points)

1. $O(0;0)$, $A(-1;2)$, $B(2;6)$, $I(1;0)$, $J(0;1)$ et $C(3;-1)$. ***(1,5 point)***

2. On a :

$$AB = \sqrt{(-1-2)^2+(2-6)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5.$$

On a :

$$BC = \sqrt{(2-3)^2+(6+1)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}.$$

On a :

$$CA = \sqrt{(3+1)^2+(-1-2)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5.$$

$AB^2+AC^2 = 25+25 = 50 = BC^2$, et par Pythagore, le triangle est rectangle en A.
De plus, $AB = CA$ donc le triangle ABC est aussi isocèle en A. ***(2 points)***

3. (voir figure) ***(1 point)***

4. On a :

$$M\left(\frac{2+3}{2};\frac{6+-1}{2}\right) \iff M(2,5;2,5)$$

(1 point)

Comme N est le symétrique de A par rapport à M, M est aussi le milieu de $[AN]$.

On a :

$$x_M = \frac{x_N+x_A}{2} \iff 2,5 = \frac{x_N-1}{2} \iff 5 = x_N - 1 \iff x_N = 6.$$

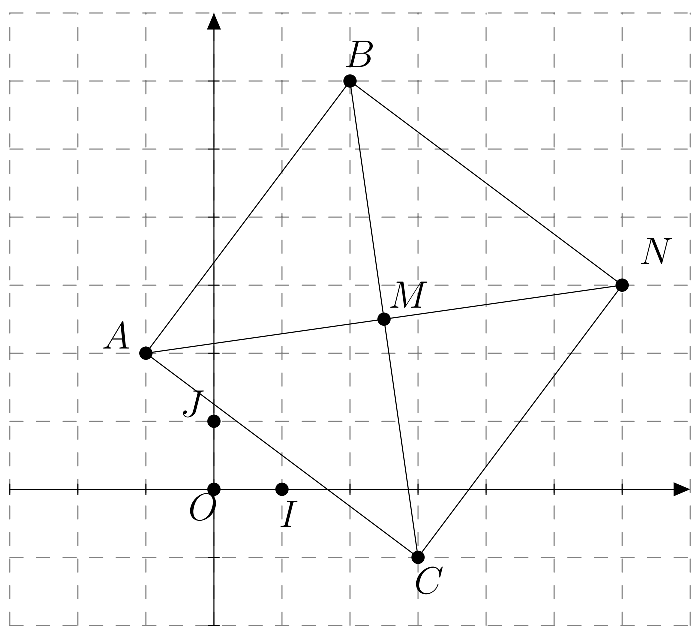
On a :

$$y_M = \frac{y_N+y_A}{2} \iff 2,5 = \frac{y_N+2}{2} \iff 5 = y_N + 2 \iff y_N = 3.$$

(1 point)

5. $ANBC$ semble être un carré. ***(0,5 point)***

6. Comme M est le milieu des deux diagonales, $ANBC$ est un parallélogramme.
De plus, il possède un angle droit, c'est donc un rectangle.
De plus, il a deux côtés consécutifs ayant la même longueur, c'est donc un losange.
Comme $ANBC$ est un losange et un rectangle c'est un carré. ***(1 point)***



Exercice 2 : (3 points)

1. On a :

$$\begin{aligned} f(4) &= 1 + \frac{10}{4} \\ &= 1 + 2,5 \\ &= 3,5. \end{aligned}$$

L'image de 4 par f est $3,5$. ***(1 point)***

2. On a :

$$\begin{aligned} f(-2) &= 1 + \frac{10}{-2} \\ &= 1 - 5 \\ &= -4. \end{aligned}$$

L'image de -2 par f est -4. ***(1 point)***

3. On a :

$$\begin{aligned} f(-10) &= 1 + \frac{10}{-10} \\ &= 1 - 1 \\ &= 0 \\ &\neq 3. \end{aligned}$$

$A(-10;3)$ n'appartient pas à la courbe représentative de la fonction f. ***(1 point)***

Exercice 3 : (4 points)

1. (a) On a :

$$\begin{aligned} A &= (x+1)(2x+8) \\ &= x \times 2x + 8 \times x + 1 \times 2x + 1 \times 8 \\ &= 2x^2 + 8x + 2x + 8 \\ &= 2x^2 + 10x + 8. \end{aligned}$$

(1 point)

(b) On a :

$$\begin{aligned} B &= (2-x^2)(2x-6) \\ &= 2 \times 2x + 2 \times (-6) - x^2 \times 2x - x^2 \times (-6) \\ &= 4x - 12 - 2x^3 + 6x^2 \\ &= -2x^3 + 6x^2 + 4x - 12. \end{aligned}$$

(1 point)

2. (a) On a :

$$\begin{aligned} C &= 7x + 14x^2 \\ &= 7 \times x + 2 \times 7 \times x \times x \\ &= 7x(1+2x). \end{aligned}$$

(1 point)

(b) On a :

$$\begin{aligned} D &= (x-1)(3x+12) - 8x(x-1) \\ &= (x-1)(3x+12-8x) \\ &= (x-1)(-5x+12). \end{aligned}$$

(1 point)

Exercice 4 : (7 points)

Partie A : (3 points)

1. Vrai. ***(0,5 point)***
2. Vrai. ***(0,5 point)***
3. Vrai ***(0,5 point)***
4. Faux : $-3,75$ est un antécédent de -2 par f. ***(0,75 point)***
5. Faux : 0 a pour image $1,25$ par f. ***(0,75 point)***

Partie B : (4 points)

1. L'ensemble des solutions de $f(x) = 0$ est $\{-3;1;2\}$; ***(1 point)***
2. L'ensemble des solutions de $g(x) > 0$ est $]-3;3,5]$; ***(1 point)***
3. L'ensemble des solutions de $f(x) = g(x)$ est $\{-3;-1;3\}$; ***(1 point)***
4. L'ensemble des solutions de $f(x) > g(x)$ est $]-3;-1[\cup]3;3,5]$. ***(1 point)***