Exercice 83 p. 37 :

1. On a :

$$\begin{aligned} u_2 &= 1,02 \times u_1 & v_2 &= v_1 + 35 \\ &= 1,02 \times 1\,200 & \text{et} & &= 1\,200 + 35 \\ &= 1\,224. & & &= 1\,235. \end{aligned}$$

2. (a) Dans la cellule B3, on saisit : =B2*1,02.

(b) Dans la cellule C3, on saisit la formule : =C2+35.

3. (a) La suite (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,02$ et de premier terme $u_1 = 1\,200$.

La suite (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = 35$ et de premier terme $v_1 = 1\,200$.

(b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_n &= u_1 \times q^{n-1} \\ &= 1\,200 \times 1,02^{n-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_n &= v_1 + (n-1)r \\ &= 1\,200 + 35(n-1). \end{aligned}$$

4.

The screenshot shows the calculator's sequence editor. The top part displays the settings for two sequences: $u(n) = 1200 \times 1.02^{n-1}$ and $v(n) = 1200 + 35(n-1)$. Below this, a table is shown with columns for n , $u(n)$, and $v(n)$. The table lists values for n from 31 to 41. The value of n is set to 38.

n	$u(n)$	$v(n)$
31	2173.6	2250
32	2217.1	2285
33	2261.4	2320
34	2306.7	2355
35	2352.8	2390
36	2399.9	2425
37	2447.9	2460
38	2496.8	2495
39	2546.8	2530
40	2597.7	2565
41	2649.6	2600

$n=38$

Ainsi, le premier entier n tel que

$$1\,200 \times 1,02^{n-1} > 1\,200 + 35(n-1)$$

est $n = 38$.

Ainsi, Au bout de la 38^{ème} semaine la première estimation sera plus avantageuse pour le journal.

5. (a) $(1,02^n)$ est une suite géométrique de raison $q = 1,02$ et de premier terme 1.

Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} 1,02^k &= 1 + 1,02 + \dots + 1,02^{n-1} \\ &= 1 \times \frac{1 - 1,02^n}{1 - 1,02} \\ &= \frac{1 - 1,02^n}{-0,02} \\ &= 50 \times (1,02^n - 1). \end{aligned}$$

(b) On a :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{52} u_k &= u_1 + u_2 + \dots + u_{52} \\ &= u_1 \times \frac{1 - 1,02^{52}}{1 - 1,02} \\ &= 1\,200 \times 50 \times (1,02^{52} - 1) \\ &= 60\,000(1,02^{52} - 1) \\ &\approx 108\,020. \end{aligned}$$

6. On a :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{52} v_k &= v_1 + v_2 + \dots + v_{52} \\ &= 52 \times \frac{v_1 + v_{52}}{2} \\ &= 26 \times (1\,200 + 1\,200 + 35 \times (52 - 1)) \\ &= 26 \times (2\,400 + 1785) \\ &= 26 \times 4\,185 \\ &= 108\,810. \end{aligned}$$

L'estimation 2 prévoit le plus grand nombre total de journaux vendus au cours des 52 premières semaines.

7. L'estimation 1 prévoit un plus grand nombre total de journaux vendus à partir de la 55^{ème} semaine.

Exercice 85 p. 37 :

1. (a) On a :

$$\begin{aligned} a_1 &= 0,97a_0 + 0,05b_0 \\ &= 0,97 \times 0,3 + 0,05 \times 0,7 \\ &= 0,291 + 0,035 \\ &= 0,326. \end{aligned}$$

Ainsi, en 2018, 32,6 % des ascenseurs seront entretenus par A.

(b) a_{n+1} représente le pourcentage d'ascenseurs entretenus par A en 2017 + n + 1 il se compose :

- de 97% de ceux de l'année précédente : $0,97a_n$
- des 5% perdus par l'ascensoriste B : $0,05b_n$.

Ainsi, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$a_{n+1} = 0,97a_n + 0,05b_n.$$

(c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$a_n + b_n = 1 \iff b_n = 1 - a_n.$$

Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= 0,97a_n + 0,05b_n \\ &= 0,97a_n + 0,05(1 - a_n) \\ &= 0,97a_n + 0,05 - 0,05a_n \\ &= 0,92a_n + 0,05. \end{aligned}$$

2. (a) Pour l'algorithme 2, la condition $A > 0,5$ n'est pas vérifiée dès le début : l'algorithme se termine après la 2^{de} ligne.

Pour l'algorithme 3, la valeur de N affichée à la fin de l'algorithme est 1 : seule la variable A est modifiée dans la boucle « Tant que ».

La bonne réponse est l'algorithme 1.

(b) La variable N contient la valeur 12 à la fin de l'algorithme.

3. (a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = a_n - 0,625 \iff a_n = u_n + 0,625.$$

De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= a_{n+1} - 0,625 \\ &= 0,92a_n + 0,05 - 0,625 \\ &= 0,92(u_n + 0,625) - 0,575 \\ &= 0,92u_n + 0,575 - 0,575 \\ &= 0,92u_n. \end{aligned}$$

La suite (u_n) est géométrique de raison $q = 0,92$.

De plus, on a :

$$\begin{aligned} u_0 &= a_0 - 0,625 \\ &= 0,3 - 0,625 \\ &= -0,325. \end{aligned}$$

(b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = -0,325 \times 0,92^n.$$

De plus, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{aligned} a_n &= u_n + 0,625 \\ &= -0,325 \times 0,92^n + 0,625. \end{aligned}$$

(c) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$a_{n+1} - a_n = -0,325 \times 0,92^n \times (-0,08).$$

La suite (a_n) est alors croissante.

(d) La suite semble tendre vers 0,625.