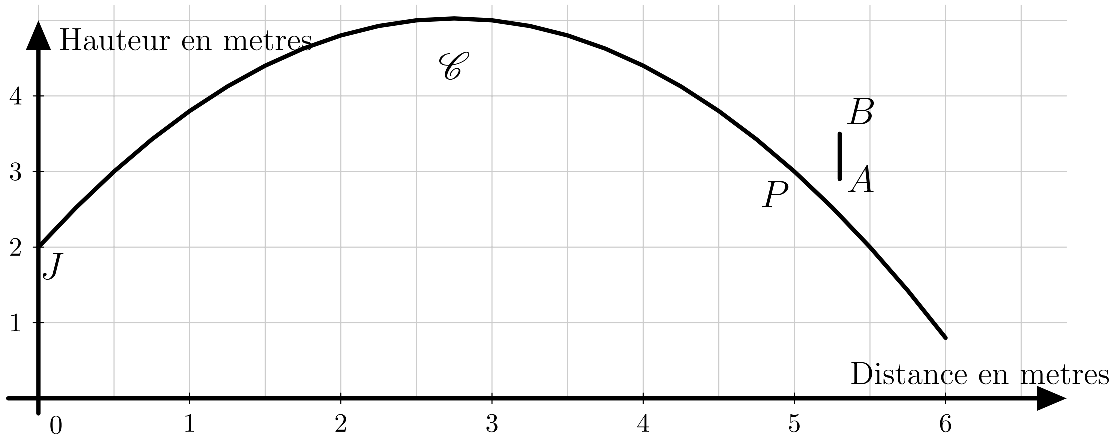
Exercice 1 : (5 points)

On s'intéresse à la trajectoire d'un ballon de basketball lancé par un joueur faisant face au panneau. Cette trajectoire est modélisée dans le repère donné ci-dessous.
Dans ce repère, l'axe des abscisses correspond à la droite passant par les pieds du joueur et la base du panneau, l'unité sur les deux axes est le mètre. On suppose que la position initiale du ballon se trouve au point J et que la position du panier se trouve au point P.
La trajectoire du ballon est assimilée à la courbe $\mathscr{C}$ représentant une fonction f.
Les coordonnées du ballon sont donc $(x\ ;\ f(x))$.



1. **Etude graphique**
   En exploitant la figure de **l'annexe à rendre avec la copie**, répondre aux questions suivantes :
   (a) Quelle est la hauteur du ballon lorsque $x = 0,5$ m ?
   (b) Le ballon atteint-il la hauteur de $5,5$ m ?
2. **Etude de la fonction *f***
   La fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;\,6]$ par :
   $$f(x) = -0,4x^2 + 2,2x + 2.$$
   (a) Calculer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f.
   (b) Donner le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$.
   (c) Quelle est la hauteur maximale atteinte par le ballon lors de ce lancer ?
3. **Modification du lancer**
   En réalité, le panneau, représenté par le segment $[AB]$ dans la figure ci-dessus, se trouve à une distance de $5,3$ m du joueur. Le point A est à une hauteur de $2,9$ m et le point B est à une hauteur de $3,5$ m.
   Le joueur décide de modifier son lancer pour tenter de faire rebondir le ballon sur le panneau. Il effectue alors deux lancers successifs.
   Dans le premier lancer, la trajectoire du ballon est modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$ par :
   $$g(x) = -0,2x^2 + 1,2x + 2.$$
   Dans le second lancer, la trajectoire du ballon est modélisée par la fonction h définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 6]$ par :
   $$h(x) = -0,3x2 + 1,8x + 2.$$
   Les deux questions suivantes sont indépendantes et peuvent être traitées séparement.
   (a) Pour chacun de ces deux lancers, déterminer si le ballon rebondit ou non sur le panneau.
   (b) Calculer $g'(x)$ et $h'(x)$ où g et h sont les dérivées des fonctions g et h.

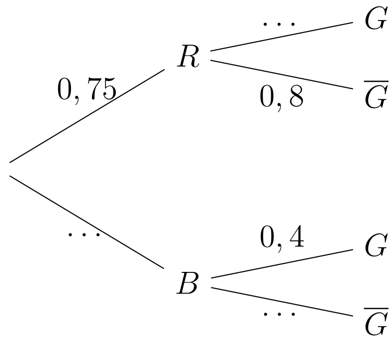
Exercice 2 : (5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).
Pour chacune des cinq questions, ***une seule des quatre réponses proposées est correcte.***
Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

Une urne contient 15 jetons rouges et 5 jetons bleus. 20 % des jetons rouges sont gagnants et 40 % des jetons bleus sont gagnants. Un joueur tire au hasard un jeton de l'urne. On note :

- R l'événement : « Le jeton est rouge ».
- B l'événement : « Le jeton est bleu ».
- G l'événement : « Le jeton est gagnant ».

La situation peut être modélisée par l'arbre de probabilité ci-contre :



1. La probabilité que le jeton soit bleu est :
   - 0,75
   - 0,25
   - 0,4
   - 0,6

2. $p(R \cap G) =$
   - 0,05
   - 0,45
   - 0,15
   - 0,95

3. La probabilité que le jeton soit gagnant est :
   - 0,2
   - 0,6
   - 0,25
   - 0,75

4. Une machine fabrique plusieurs milliers de ces jetons par jour. On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque jeton, associe son diamétre en millimétres.
   On admet que X suit la loi normale d'espérance 20 et d'écart-type $0,015$. Les jetons sont acceptables si leurs diamétres appartiennent à l'intervalle $[19,98\ ;\ 20,02]$.
   La probabilité qu'un jeton pris au hasard dans la production soit acceptable, arrondie à 10^{-3}, est :
   - 0,818
   - $4,84 \times 10^{-4}$
   - 0,182
   - 0

5. On tire 6 fois de suite et avec remise un jeton de l'urne contenant les 15 jetons rouges et les 5 jetons bleus.
   La probabilité d'obtenir au moins deux jetons bleus sur les 6 tirages, arrondie à 10^{-3}, est :
   - 0,333
   - $0,75$
   - 0,466
   - 0

Exercice 3 : (5 points)

Tous les ans, en août, Mailys reçoit l'échéancier (document indiquant le montant de sa cotisation annuelle) de sa mutuelle « complémentaire santé ». Elle décide d'étudier l'évolution de sa cotisation de 2011 à 2014.
Elle note dans une feuille automatisée de calcul le montant en euros de ses cotisations annuelles de 2011 à 2014.
La ligne 4 est au format pourcentage à une décimale.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	Année	2011	2012	2013	2014		
3	Cotisation (en euros)	868	976	1072	1177		
4	Taux d'évolution annuel (en %)			9,8	9,8		
5	Indice						

1. Calculer le taux d'évolution global de sa cotisation entre 2011 et 2014, exprimé en pourcentage et arrondi à 0,1 %.
2. Quelle formule Mailys a-t-elle pu saisir dans la cellule C4 pour y obtenir le taux annuel d'évolution de 2011 à 2012, puis par recopie vers la droite jusqu'à la cellule E4, les taux d'évolution annuels successifs jusqu'en 2014 ?
3. Calculer le taux d'évolution moyen annuel de la cotisation de 2011 à 2014, arrondi à 0,1 %.
4. On fait l'hypothése que la cotisation annuelle augmentera chaque année de 10,7% à partir de 2014.
   (a) Estimer le montant, arrondi à l'euro, de la cotisation annuelle prévue pour 2015.
   (b) Déterminer en quelle année la cotisation annuelle aura doublé par rapport à celle de 2011. Justifier la réponse.
5. Mailys souhaite calculer dans les cellules B5 à E5 les indices des cotisations, base 100 en 2011.
   (a) Quelle formule doit-elle saisir dans la cellule B5 pour y obtenir l'indice des cotisations de 2011, puis par recopie vers la droite jusqu'à la cellule E5, les indices des cotisations successifs jusqu'en 2014 ?
   (b) Calculer l'indice des cotisations en 2013, base 100 en 2011.

Exercice 4 : (5 points)

Un employeur donne le choix à un salarié à temps partiel entre deux modes de rémunération :
- proposition A : salaire mensuel brut de 1 200 € au premier janvier 2015 puis, chaque année au premier janvier, augmentation de 15 € du salaire mensuel brut ;
- proposition B : salaire mensuel brut de 1 000 € au premier janvier 2015, puis, chaque année au premier janvier, augmentation de 4 % du salaire mensuel brut.

On se propose d'étudier quelle est la proposition la plus intéressante pour ce salarié.
On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$:
- u_n le salaire mensuel brut au premier janvier de l'année $(2015 + n)$ pour la première proposition ;
- v_n le salaire mensuel brut au premier janvier de l'année $(2015 + n)$ pour la deuxième proposition.

1. Calculer u_1, u_2, v_1 et v_2. Interpréter ces résultats.
2. Donner (sans justification) la nature, la raison et le premier terme de la suite (v_n).
3. Exprimer, pour tout entier naturel n, u_n et v_n en fonction de n.
4. Calculer, pour chacune des deux propositions, le salaire mensuel brut en 2023.
   Les résultats seront arrondis à l'euro.
5. A partir de quelle année le salaire mensuel brut obtenu avec la proposition B dépasse-t-il celui de la proposition A ?