Exercice 1 :

1. On a :

$$u_1 = 3u_0 - 6 \times 0 + 1 = 3 \times 1 + 1 = 4.$$

On a :

$$u_2 = 3u_1 - 6 \times 1 + 1 = 3 \times 4 - 6 + 1 = 7.$$

On a :

$$u_3 = 3u_2 - 6 \times 2 + 1 = 3 \times 7 - 12 + 1 = 10.$$

2. On a :

$$u_1 = u_0 + 3 \qquad u_2 = u_1 + 3 \qquad u_3 = u_2 + 3.$$

Ainsi, on peut conjecturer que la suite (u_n) vérifie la relation de récurrence suivantes :

$$u_{n+1} = u_n + 3.$$

Ainsi, on peut conjecturer que la suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 3$ et de premier terme $u_0 = 1$.

Exercice 2 :

1. On a :

$$u_1 = \frac{2u_0 + 1}{0 + 1} = \frac{2 \times 1 + 1}{1} = 3.$$

On a :

$$u_2 = \frac{3u_1 + 1}{1 + 1} = \frac{3 \times 3 + 1}{2} = \frac{10}{2} = 5.$$

On a :

$$u_3 = \frac{4u_2 + 1}{2 + 1} = \frac{4 \times 5 + 1}{3} = \frac{21}{3} = 7.$$

2. On a :

$$u_1 = u_0 + 2 \qquad u_2 = u_1 + 2 \qquad u_3 = u_2 + 2.$$

Ainsi, on peut conjecturer que la suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 2$ et de premier terme $u_0 = 1$.

Exercice 3 :

1. ...
2. (a) La variable aléatoire X peut prendre les valeurs 0, 1 ou 2.
On a alors :

$$P(X=0) = P(G-G) = \frac{5}{8}\times\frac{5}{8} = \frac{25}{64}.$$

$$P(X=1) = P(G-F)+P(F-G) = 2\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{8} = \frac{30}{64}.$$

$$P(X=2) = P(F-F) = \frac{3}{8}\times\frac{3}{8} = \frac{9}{64}.$$

Ainsi, on donne la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

k	0	1	2
$P(X=k)$	$\frac{25}{64}$	$\frac{30}{64}$	$\frac{9}{64}$

(b) On a :

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(X) &= 0\times\frac{25}{64}+1\times\frac{30}{64}+2\times\frac{9}{64}\\ &= \frac{48}{64}\\ &= \frac{3}{4}.\end{aligned}$$