

Devoir maison n°2

Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction dans l'appréciation de la copie.

Exercice n°1 : On considère la fonction B définie sur $[1 ; 10]$ par: $B(x) = \frac{-2x + 10\sqrt{x} - 10}{x}$.

1°) Étudier le sens de variation de la fonction B et dresser son tableau de variations.

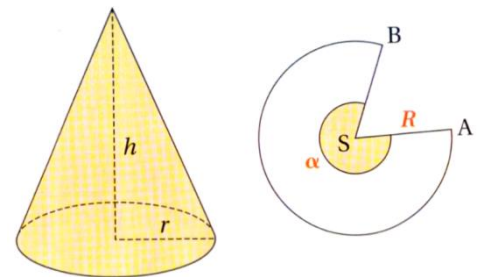
2°) Une entreprise de sous-traitance fabrique des pièces pour la SNCF. Sa production pour ce type de pièces varie entre 1 000 et 10 000 pièces par semaine, selon la demande. On suppose que toutes les pièces produites sont vendues. Le bénéfice unitaire, en fonction du nombre de pièces produites par semaine, peut être modélisé par la fonction B , avec x exprimé en milliers de pièces et $B(x)$ exprimé en euros.



a) Pour quelle production, arrondie à l'unité près, obtient-on un bénéfice unitaire maximal ?

b) Pour quelle(s) production(s), arrondie(s) à l'unité près, obtient-on un bénéfice unitaire égal à 0,35 euros ?

Exercice n°2 : Un cône de hauteur h et de rayon r est fabriqué à partir d'un secteur circulaire de rayon R , en ramenant le point A sur le point B. L'objet de l'exercice est de déterminer l'angle α du secteur circulaire pour que le volume du cône soit maximal.



1°) Quelles valeurs de α donnent un volume nul ?

2°) Première méthode

a) Exprimer h en fonction de R et de r , et montrer que $0 \leq r \leq R$.

b) Montrer que le volume du cône est donné par : $V = \frac{\pi}{3} r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$.

c) Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; R]$ par : $f(x) = \frac{\pi}{3} x^2 \sqrt{R^2 - x^2}$.

Dresser le tableau de variation de f sur $[0 ; R]$.

d) Pour $R = 10$, étudier la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 10]$. Puis tracer la courbe représentative de f dans un repère.

e) Montrer que f admet un maximum sur $[0 ; R]$ pour $x = R \sqrt{\frac{2}{3}}$.

f) Montrer que le volume du cône est maximal lorsque : $\frac{r}{R} = \sqrt{\frac{2}{3}}$.

g) Donner en degrés une valeur approchée à 10^{-1} près de α pour que le volume du cône soit maximal.

On rappelle que le périmètre d'un secteur circulaire d'angle α et de rayon R est : $R\alpha$.

3°) Seconde méthode

a) Exprimer r en fonction de R et de h et montrer que $0 \leq h \leq R$.

b) Montrer que le volume du cône est donné par : $V = \frac{\pi}{3} h(R^2 - h^2)$.

c) Définir une fonction g dont l'étude des variations permet de répondre au problème posé.

d) Étudier cette fonction g .

e) Montrer que cette méthode donne le même résultat que la méthode précédente (question 1).