II. Les suites géométriques

Théorème 9.20 :

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

- Si (u_n) est géométrique de raison q, alors, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$u_n = u_0 \times q^n.$$

- Inversement, si le terme général d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est de la forme $u_n = a \times b^n$, alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est géométrique de raison $q = b$ et de premier terme $u_0 = a$ si (u_n) est définie à partir de 0.

Exemple 9.21 :

Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ géométrique de raison $q = 1,035$ avec $u_0 = 10\,000$.
Calculons u_{25}.
On a :

$$\begin{aligned} u_{25} &= u_0 \times q^{25} \\ &= 10\,000 \times 1,035^{25} \\ &\approx 23\,632. \end{aligned}$$

Propriété 9.22 :

On considère une suite $(u_n)_{n\geq n_0}$ géométrique de raison q.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq n_0$ et pour tout $p \in \mathbb{N}$ tel que $p \geq n_0$ et $p \leq n$, on a :

$$u_n = u_p \times q^{n-p}.$$

Démonstration 9.23 :

Soit la suite $(u_n)_{n\geq n_0}$ géométrique de raison q et de premier terme u_{n_0}.
Pour tout entiers n et p, on a :

$$\begin{aligned} u_n &= u_{n_0} \times q^n \\ &= u_{n_0} \times q^{n-p+p} \\ &= u_{n_0} \times q^p \times q^{n-p} \\ &= u_p \times q^{n-p}. \end{aligned}$$

Finalement, pour tout $n \in \mathbb{N}$ tel que $n \geq n_0$ et pour tout $p \in \mathbb{N}$ tel que $p \geq n_0$ et $p \leq n$, on a :

$$u_n = u_p \times q^{n-p}.$$

$\square$

Complément(s) :

Lire l'exercice résolu 2 p. 15 : « Etudier une suite géométrique ».

Complément(s) :

Lire la vidéo « Déterminer l'expression générale d'une suite géométrique ».

Exercice(s) :

Faire les exercices 22, 23, 48 et 49 p. 31/34.